Некоммерческое Партнерство
Региональный Научно-Образовательный Центр
"Логос"

Статика и гидростатика

2009–2010 учебный год

Ярославль 2009

Оглавление

1. Аннотация

Данное пособие предназначено для начального ознакомления с основами статики и гидростатики без предварительного изучения динамики материальной точки и твёрдого тела. В пособии излагаются следующие вопросы: сила, эквивалентные системы сил, сложение и разложение сил, условия равновесия твердого тела, сложение параллельных сил, пара сил, центр тяжести, давление, законы Паскаля и Архимеда. Приведенные в тексте примеры помогают легче усвоить рассматриваемые вопросы.

Пособие рекомендовано для учащихся 8–11-х классов.

2. Математический минимум по теме

Необходимо знать:

1. Алгебраические преобразования: многочлены, алгебраические дроби, степени, квадратные корни.
2. Способы решений алгебраических уравнений.
3. Теорему Пифагора.
4. Понятие вектора.

3. Сложение сил, действующих на твердое тело

3.1. Введение

Повседневный опыт приводит к представлению о механическом движении тел и силах, действующих между телами. В общем случае действие этих сил приводит к изменению характера движения тел. Раздел механики, в котором изучаются связи между действующими силами и характером движения называется ***динамикой***. В повседневной жизни достаточно часто возникают ситуации, когда, несмотря на действие нескольких различных сил, тело находится в покое или в ***равновесии.*** (Например, лежащая на столе книга.) Раздел механики, изучающий условия равновесия тела или системы тел, называется ***статикой***. Поскольку покой является частным случаем движения ($\vec{v} = 0$), то в логическом отношении статика является частным и более простым случаем динамики. Полезно, однако, начинать ознакомление с механикой именно с более простых понятий и задач статики, к чему мы и приступаем.

3.2. Сила. Эквивалентные системы сил Сложение и разложение сил

Сила характеризуется точкой приложения к телу, направлением и численным значением, что дает основание считать силу ***векторной*** величиной. Встает вопрос: как работать с силами, как векторными величинами? Ответ может быть получен только из опыта.

Все приложенные к телу силы образуют ***систему сил***. Если одну систему сил удается заменить другой системой сил, не изменив при этом характер движения или равновесия тела, то такие системы сил называют ***эквивалентными***. Если систему сил удается заменить одной силой, то эта сила называется ***равнодействующей***.

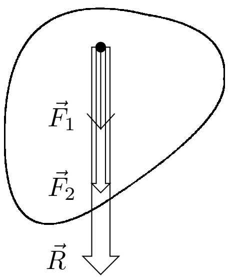

Рис. 3.1

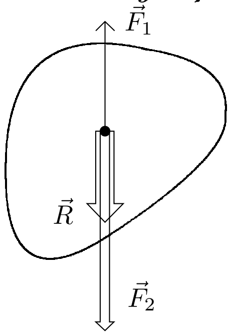

Рис. 3.2

Многочисленные опытные факты свидетельствуют о том, что равнодействующая сил, направленных по одной прямой в одну сторону (рис. 3.1), направлена в ту же сторону, а ее модуль (величина) равен сумме модулей (абсолютных величин) составляющих сил ($R = F_1 + F_2$). Равнодействующая двух сил, направленных по одной прямой в противоположные стороны (рис. 3.2), направлена в сторону большей по модулю силы, а ее модуль (абсолютная величина) равен разности модулей составляющих сил ($R = F_2 - F_1$).

А как найти равнодействующую, если приложенные в одной точке твердого тела силы направлены под углом друг к другу? В этом случае (и это тоже подтверждает опыт) на векторах, изображающих силы, строится параллелограмм, как это показано на рис. 3.3. Из точки приложения сил проводится диагональ, величина и направление которой и является величиной и направлением равнодействующей силы.

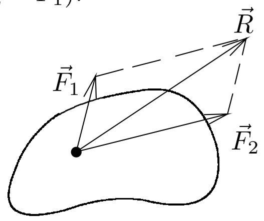

Рис. 3.3

Для нахождения равнодействующей двух сил, линии действия которых проходят через разные точки твердого тела, **силы переносят вдоль их линии действия** и прикладывают в точке O, а затем складывают по правилу параллелограмма (см. рис. 3.4). При этом точка O может оказаться и вне тела. Но тогда точку приложения равнодействующей можно выбрать в любом месте вдоль линии ее действия (например, в точке O_1). Операция нахождения равнодействующей, таким образом, сводится к **векторному сложению сил**. Наконец, возможна и обратная операция замены одной силы эквивалентной системой из двух (или нескольких) сил. Эта операция получила название ***разложения*** силы по составляющим.

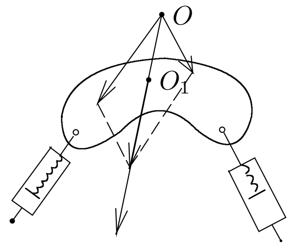

Рис. 3.4

На практике иногда приходится разлагать одну силу $\vec{F}$ по двум известным направлениям 1 и 2, проходящим через точку C приложения силы. В этом случае при замене силы $\vec{F}$ на две ($\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$) также удобно использовать ***правило параллелограмма***. Для этого через конец вектора $\vec{F}$ проводят прямые, параллельные направлениям 1 и 2, и на сторонах получившегося параллелограмма строят векторы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, начинающиеся в точке C (см.

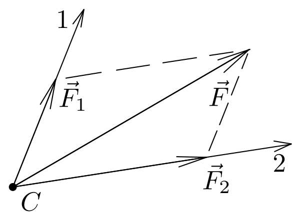

Рис. 3.5

рис. 3.5). Система сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ эквивалентна по своему воздействию на тело силе $\vec{F}$.

Пример 1. На точку O твердого тела действуют три силы (см. рис. 3.6), лежащие в одной плоскости, причем $F_1 = F_2 = 1\,$Н, $F_3 = \sqrt{2}\,$Н. Найти равнодействующую силу.

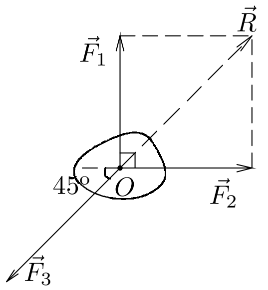

Рис. 3.6

Решение. Сначала найдем равнодействующую двух сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, направленных под углом 90° друг к другу. Построив на этих силах параллелограмм и проведя его диагональ, получим равнодействующую $\vec{R}_1$. По величине $R_1 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ и направлена под углом 45° (как диагональ квадрата) к любому из направлений сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$.

Теперь ищем равнодействующую двух сил $\vec{R}_1$ и $\vec{F}_3$. Эти силы, равны по величине и, как видно из рисунка, действуют в противоположных направлениях. Значит искомая равнодействующая сила $\vec{R} = 0$. ▲

3.3. Условия равновесия твердого тела

Если на тело вдоль одного направления действуют две одинаковые и противоположно направленные силы, то равнодействующая равна нулю и тело находится в покое или в ***равновесии***. Равенство нулю равнодействующей всех сил, действующих на тело, является необходимым условием равновесия.

Однако только этого условия оказывается недостаточно. Еще в глубокой древности Архимедом было установлено правило равновесия рычага.

Если определить кратчайшее расстояние между точкой опоры и прямой, вдоль которой действует на рычаг сила, как ***плечо силы***, то тогда условие равновесия рычага можно сформулировать так: **рычаг находится в равновесии тогда, когда силы, действующие на него, обратно пропорциональны плечам этих сил**, т. е.

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\ell_2}{\ell_1},$$

где F_1 и F_2 — силы, действующие на рычаг, ℓ_1 и ℓ_2 — плечи этих сил (см. рис. 3.7). Пользуясь свойством пропорции это условие можно записать в виде: $F_1\ell_1 = F_2\ell_2$.

Произведение модуля силы, вращающей тело, на ее плечо называют ***моментом силы***; он обозначается буквой M. Следовательно, $M = F\ell$. Значит правило равновесия рычага можно сформулировать и таким образом: **если момент силы, вращающей рычаг против часовой стрелки, равен моменту силы, вращающей рычаг по часовой стрелке, то рычаг находится в равновесии**. Действительно, как видно из рис. 3.7, действующие силы равны 2 и 4 Н, их плечи соответственно составляют 4 и 2 деления рычага, т. е. моменты этих сил при равновесии рычага одинаковы.

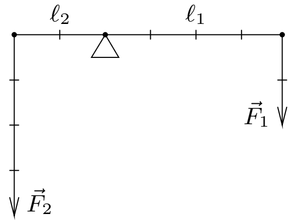

Рис. 3.7

Моментам сил можно поставить в соответствие определенный знак: все моменты, вращающие тело по часовой стрелке, считают отрицательными, против — положительными. Заметим, что момент силы — важная **новая для Вас** физическая величина, к обсуждению которой мы вернемся при рассмотрении вращательного движения твердого тела. Сейчас же обобщим полученное условие равновесия рычага на любые твердые тела, на которые действуют силы. Как опять-таки следует из опыта, твердое тело находится в равновесии, если выполняются два условия:

1. Векторная сумма всех действующих на тело сил, т. е. равнодействующая, должна быть равна нулю.

2. Алгебраическая сумма всех моментов сил относительно любой точки должна быть равна нулю (т. е. сумма моментов, сил, вращающих против часовой стрелки, должна быть равна сумме моментов, вращающих по часовой стрелке).

Выбор точки, относительно которой рассматриваются моменты сил в состоянии равновесия тела, производится исключительно из соображений удобства: уравнение моментов будет тем проще, чем больше сил будут иметь равные нулю моменты. Равновесие твердого тела может быть устойчивым, неустойчивым и безразличным. Равновесие ***устойчиво***, если при малых смещениях тела из положения равновесия возникающие при этом силы или моменты сил стремятся вернуть его обратно, и ***неустойчиво***, если силы или моменты сил уводят его дальше от положения равновесия. Если же при малых смещениях действующие на тело силы и их моменты по-прежнему уравновешиваются, то равновесие ***безразличное***. **Устойчивому равновесию соответствует минимум потенциальной энергии тела по отношению к ее значениям в других положениях тела**. Этим свойством часто удобно пользоваться при отыскании положения равновесия и исследовании характера равновесия. Рассмотрим некоторые примеры.

Пример 2. Прямая неоднородная балка длиной $L = 1$ м и массой $M = 200$ кг подвешена за концы на вертикально натянутых тросах рис. 3.8. Найти натяжение тросов, если центр тяжести балки находится на расстоянии $L_1 = 0,3$ м от одного из ее концов?

Решение. На балку действует сила тяжести $M\vec{g}$ и две силы натяжения тросов T_1 и T_2. Запишем уравнение равновесия для этих сил:

$$T_1 + T_2 - Mg = 0. \tag{3.1}$$

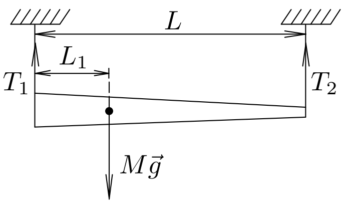

Рис. 3.8

Поскольку неизвестных величин две, (T_1 и T_2) нужно еще одно уравнение. Его мы получим, записав уравнение для моментов сил. Моменты можно брать относительно любой точки. Выберем эту точку так, чтобы упростить решение, а именно такую точку, через которую проходит сила T_1. Тогда уравнение моментов относительно левого конца балки будет иметь вид:

$$MgL_1 - T_2L = 0. \tag{3.2}$$

Решая систему (3.1) и (3.2) уравнений относительно неизвестных T_1 и T_2, получим:

$$T_1 = Mg \cdot \frac{L - L_1}{L} = 1400\,\text{Н};$$

$$T_2 = Mg \cdot \frac{L_1}{L} = 600\,\text{Н}. \ \blacktriangle$$

Пример 3. Свободно висящая веревка длиной ℓ закреплена так, как показано на рис. 3.9 а). Как изменится положение центра тяжести веревки, если ее оттянуть вниз, как показано на рис. 3.9 б).

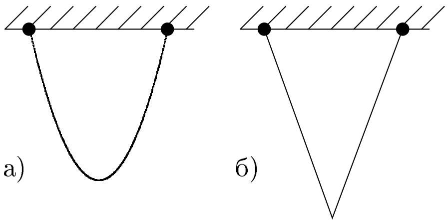

Рис. 3.9

Решение. Потенциальная энергия, как известно, определяется величиной mgh, где h — высота расположения центра тяжести веревки относительно земли. Поскольку на рис. 3.9 а) веревка находится в положении устойчивого равновесия (если оттянуть веревку и отпустить, то она снова займет положение, изображенное на рис. 3.9 а), то, следовательно, ее центр тяжести при натяжении веревки поднимается. Положению устойчивого равновесия соответствует минимум потенциальной энергии и $h_{\text{а}} < h_{\text{б}}$ ($h_{\text{а}}$ и $h_{\text{б}}$ — высоты расположения центра тяжести веревки относительно земли.) ▲

3.4. Сложение параллельных сил, направленных в одну сторону

Пусть к телу приложены две параллельные сонаправленные силы (рис. 3.10). Линии действия таких сил нигде не пересекаются и параллелограмм на них построить нельзя. Тем не менее найти равнодействующую (т. е. сложить эти силы) можно. Нетрудно понять (это можно и строго доказать, подумайте как), что равнодействующая направлена параллельно обеим силам и ее модуль равен арифметической сумме модулей складываемых сил. А в какой точке она приложена? Или, другими словами, в какой точке надо приложить силу, равную по модулю равнодействующей, но противоположную ей, чтобы тело находилось в равновесии?

Чтобы найти точку приложения равнодействующей, воспользуемся условиями равновесия твердого тела. Проведем прямую, соединяющую точки A и B (см. рис. 3.10). Где-то на этой прямой должна, очевидно, находиться и точка приложения равнодействующей.

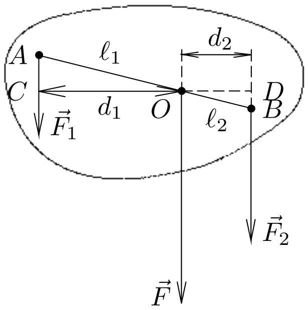

Рис. 3.10

Пусть это будет точка O. Допустим, что через эту точку проходит закрепленная ось, перпендикулярная плоскости, содержащей обе складываемые силы (т. е. перпендикулярна плоскости рисунка). Если точка O действительно есть точка приложения равнодействующей, то тело будет находиться в равновесии — равнодействующая уравновешивается силой реакции со стороны оси.

С другой стороны, если тело с закрепленной осью находится в равновесии, то алгебраическая сумма моментов сил относительно этой оси должна быть равна нулю. Из рис. 3.10 видно, что сила $\vec{F}_2$ поворачивает тело по часовой стрелке, т. е. ее моменту $F_2 d_2$ надо приписать отрицательный знак, а моменту $F_1 d_1$ — положительный:

$$F_1 d_1 - F_2 d_2 = 0 \quad \text{или} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}.$$

Здесь d_1 и d_2 — плечи сил. Из подобия треугольников AOC и BOD находим, что $\dfrac{d_2}{d_1} = \dfrac{\ell_2}{\ell_1}$. Поэтому окончательно получим:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\ell_2}{\ell_1}.$$

Значит **равнодействующая двух параллельных одинаково направленных сил приложена к точке, делящей отрезок, соединяющий точки приложения складываемых сил, в отношении, обратном отношению модулей сил.** Ясно, что эта точка лежит ближе к большей силе и посередине отрезка при равных силах.

3.5. Сложение параллельных сил, направленных в противоположные стороны

Приложенные к телу параллельные силы могут быть направлены и в противоположные стороны (рис. 3.11). Точка приложения равнодействующей теперь не может находиться между точками приложения сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, так как знаки моментов сил в этом случае будут одинаковыми и алгебраическая сумма моментов не может быть равной нулю, как это требуют условия равновесия.

Можно догадаться, что точка приложения равнодействующей лежит за точкой приложения большей силы, как это показано на рис. 3.11. Модуль же равнодействующей равен разности модулей сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_1$.

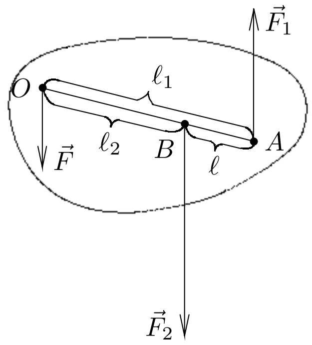

Рис. 3.11

Уточним, в какой именно точке приложена равнодействующая, т. е. определим расстояние ℓ_2 от точки приложения большей силы.

Воспользуемся опять правилом моментов:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\ell_2}{\ell_1} \quad \text{или} \quad F_2 = F_1 \frac{\ell_1}{\ell_2}.$$

Вычтем из правой и левой частей последнего равенства величину F_1:

$$F_2 - F_1 = F_1 \frac{\ell_1}{\ell_2} - F_1 = F_1 \left(\frac{\ell_1}{\ell_2} - 1 \right) = F_1 \frac{\ell_1 - \ell_2}{\ell_2},$$

откуда

$$\ell_2 = \frac{F_1(\ell_1 - \ell_2)}{F_2 - F_1} = \frac{F_1 \ell}{F_2 - F_1}. \tag{3.3}$$

Таким образом, **точка приложения равнодействующей двух противоположно направленных параллельных сил расположена тем дальше от точки приложения большей, чем меньше разность этих сил.**

3.6. Пара сил

Если к телу приложены параллельные силы, одинаково или противоположно направленные, то, как мы видели, всегда можно найти модуль и направление равнодействующей этих сил и определить точку ее приложения.

Если к этой точке приложить силу, равную равнодействующей по модулю, но противоположную ей по направлению, то тело будет находиться в равновесии — оно не будет двигаться поступательно и не будет вращаться.

Однако есть один случай, когда равнодействующую найти нельзя. Так бывает, если к телу приложены две параллельные противоположно направленные силы, равные по модулю друг другу. Такие силы образуют ***пару сил***. Модуль их равнодействующей равен нулю, а точки приложения не существует (см. формулу 3.3). И, действительно, какая может быть точка приложения равнодействующей которая не существует?

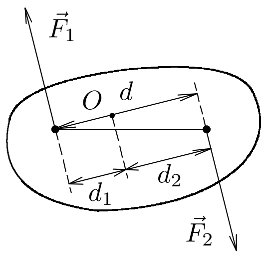

Рис. 3.12

Достаточно взглянуть на рис. 3.12, чтобы понять, что под действием пары сил тело не будет находиться в равновесии — оно будет вращаться. Значит у пары есть некоторый вращающий момент. Действительно, возьмем любую точку O и проведем через нее ось вращения. Суммарный момент обеих сил относительно этой оси будет равен

$$M = F_1 d_1 + F_2 d_2 = Fd,$$

где $F = |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$, d — кратчайшее расстояние между силами, называемое ***плечом*** пары сил.

Таким образом, **момент пары сил равен произведению модуля одной из сил на плечо пары,** причем он одинаков относительно любой оси, перпендикулярной плоскости, в которой располагаются силы. Под действием только пары сил тело не может находиться в равновесии и вращается относительно оси, проходящей через центр тяжести. К обсуждению этого вопроса мы вернемся при более подробном изучении механики.

3.7. Центр тяжести

Центром тяжести тела называют точку приложения равнодействующей всех сил тяжести, действующих на все части тела. Сама равнодействующая называется силой тяжести тела.

В большинстве практически значимых задач размеры тела намного меньше размеров Земли. Тогда можно считать, что на все части тела действуют параллельные силы тяжести. У параллельных и одинаково направленных сил всегда есть равнодействующая, как уже было показано. Однако при определенном положении тела в пространстве можно указать только линию действия равнодействующей всех параллельных сил тяжести. Точка ее приложения остается неопределенной, т. к. для твердого тела любую силу можно переносить вдоль линии ее действия. Как же определить точку приложения?

Можно показать, что при любом положении тела линии действия равнодействующих сил тяжести, проходят через одну и ту же точку, неподвижную относительно тела. В этой точке и прикладывается равнодействующая, а сама точка является, таким образом, центром тяжести. Положение центра тяжести зависит от формы тела и распределения масс. При этом он не обязательно должен находиться в самом теле. Например, у обруча центр тяжести лежит в его геометрическом центре. Местоположение центра тяжести удобно находить, учитывая симметрию тела и используя условия равновесия.

Пример 4. На легком стержне закреплены однородные шары массами $m_1 = 3$ кг, $m_2 = 2$ кг, $m_3 = 6$ кг и $m_4 = 3$ кг. Расстояние между центрами любых ближайших шаров $a = 10$ см. Найти положение C центра тяжести конструкции.

Решение. Положение центра тяжести C конструкции относительно шаров не зависит от ориентации стержня в пространстве. Пусть стержень расположен горизонтально, как указано на рис. 3.13, и L — расстояние до центра тяжести от центра левого шара, т. е. $L = AC$. В центре тяжести приложена равнодействующая всех сил тяжести и ее момент относительно A равен сумме моментов сил тяжести шаров.

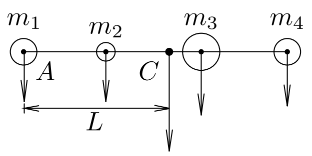

Рис. 3.13

$$RL = m_2 g \cdot a + m_3 g \cdot 2a + m_4 g \cdot 3a;$$
$$R = m_1 g + m_2 g + m_3 g + m_4 g.$$

Откуда

$$L = \frac{m_2 g \cdot a + m_3 g \cdot 2a + m_4 g \cdot 3a}{m_1 g + m_2 g + m_3 g + m_4 g} \approx 16,4\,\text{см}.$$

Центр тяжести находится в точке C, отстоящей на 16,4 см от центра левого шара. ▲

4. Силы действующие в неподвижных жидкостях

4.1. Давление

Одной из отличительных особенностей жидкостей и газов от твердых тел является их текучесть, что проявляется в способности принимать форму сосудов. В жидкости нет сил, препятствующих сдвигу с бесконечно малыми скоростями одних слоев жидкости относительно других. Этим объясняется то, что в состоянии равновесия в жидкости силы, действующие между соседними частями жидкости, направлены перпендикулярно границе их раздела.

Характеристикой такого взаимодействия в жидкости (или газе) служит ***давление***. Давлением называется величина, равная отношению модуля силы $\vec{F}$, действующей по нормали к плоской поверхности, к площади этой поверхности: $p = \frac{F}{S}$. При этом величина давления в данной точке жидкости не зависит от ориентировки плоской поверхности, что следует из свойства текучести жидкости. Поэтому можно говорить о давлении в данной точке жидкости.

4.2. Закон Паскаля

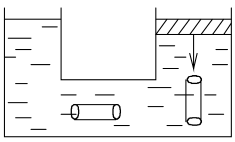

Рис. 4.1

Давление, оказываемое на покоющуюся жидкость в каком-либо месте на ее границе, например поршнем, передается без изменения во все точки жидкости. В этом утверждении заключается ***закон Паскаля***. Этот закон можно вывести, рассматривая условия равновесия произвольных, мысленно выделенных в жидкости цилиндрических объемов (рис. 4.1) с учетом того, что жидкость давит на любую поверхность только перпендикулярно ей.

Используя этот же прием можно показать, что из-за существования однородного поля тяжести разность давлений на двух уровнях жидкости, отстоящих друг от друга по высоте на расстоянии H, дается соотношением $\Delta p = \rho g H$, где ρ — плотность жидкости.

Действительно, если выделить мысленно цилиндрический объем жидкости (рис. 4.2) и рассмотреть условия его равновесия, то можно записать:

$$p_A \cdot S - p_B \cdot S + \rho g \cdot S \cdot H = 0,$$

где $p_A \cdot S$ и $p_B \cdot S$ — силы, действующие сверху и снизу на выделенный объем, а $\rho g \cdot S \cdot H$ — вес выделенного объема, S — площадь сечения цилиндра, p_A и p_B — давления на уровнях A и B соответственно. Откуда $\Delta p = p_B - p_A = \rho g H$.

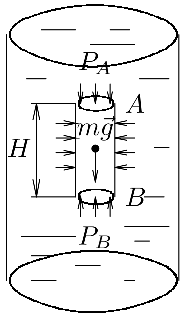

Рис. 4.2

Давление, которое появляется в жидкости из-за поля тяжести, называется ***гидростатическим***. В жидкости на глубине h, считая от поверхности, гидростатическое давление равно $p = \rho g h$. Полное давление в жидкости складывается из давления на поверхности жидкости (обычно атмосферного) и гидростатического.

4.3. Закон Архимеда

На поверхность твердого тела, опущенного в жидкость (газ), действуют силы давления. Эти силы увеличиваются с глубиной погружения, и на нижнюю часть тела будет действовать со стороны жидкости большая сила, чем на верхнюю. Появляется так называемая ***выталкивающая сила***, называемая тогда ***силой Архимеда***.

Выталкивающая сила — это сумма всех сил, действующих на поверхность погруженного в жидкость тела, со стороны жидкости (рис. 4.3). Истинная причина появления выталкивающей силы — наличие различного гидростатического давления в разных точках жидкости.

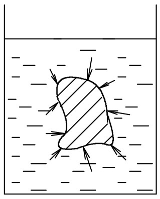

Рис. 4.3

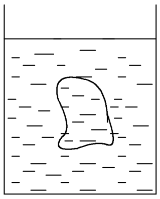

Рис. 4.4

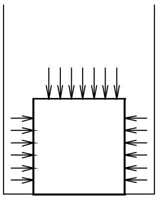

Рис. 4.5

Для нахождения силы Архимеда мысленно заменим тело жидкостью в объеме тела (рис. 4.4). Ясно, что выделенный объем жидкости будет неподвижен относительно остальной жидкости. На него со стороны окружающей жидкости будет действовать такая же сила, как и на погруженное тело. Напомним, что эту силу мы назвали выталкивающей.

Выделенная в объеме тела жидкость (вытесненная телом) будет действовать на окружающую жидкость с той же по модулю, но противоположно направленной силой (согласно известному закону Ньютона, который вы будете еще изучать). Эта сила называется весом вытесненного объема жидкости. Напомним, что весом тела, называется сила, с которой тело действует на подставку или подвес.

В нашем случае роль подставки для выделенного объема жидкости играет окружающая жидкость. Итак, **выталкивающая сила, действующая на тело, погруженное в жидкость, равна по модулю весу вытесненной жидкости и противоположно ему направленная**. Это и есть ***закон Архимеда.***

При доказательстве закона Архимеда мы считали, что тело полностью погружено в жидкость и вся поверхность тела соприкасается с жидкостью. Если часть поверхности тела плотно прилегает к стенке или дну сосуда так, что между ними нет прослойки жидкости, то закон Архимеда неприменим.

Яркой иллюстрацией к сказанному служит опыт, когда ровную нижнюю поверхность деревянного кубика натирают парафином и плотно приставляют ко дну сосуда. Затем осторожно наливают воду. Брусок не всплывает, т. к. со стороны воды на него действуют сила, прижимающая его ко дну, а не выталкивающая вверх. Известно, что это явление представляет опасность для подводной лодки, плотно лежащей на грунте.

Приведенная формулировка закона Архимеда остается справедливой и в случае, когда тело плавает в жидкости или частично опущено в нее через свободную, т. е. не соприкасающуюся со стенками сосуда, поверхность жидкости. Доказательство аналогично случаю полностью погруженного в жидкость тела.

Нам осталось научиться находить вес вытесненной жидкости и линию действия выталкивающей силы. В общем случае это не так легко сделать.

Рассмотрим наиболее простой и часто встречающийся на практике случай. Пусть сосуд с жидкостью неподвижен в некоторой системе отсчета и находится в однородном поле тяжести. Например, кастрюля с водой на столе, озеро в лесу и т. д. Тогда, как известно, вес любого неподвижного тела равен силе тяжести, действующей на тело. Поэтому, вес вытесненной жидкости равен силе тяжести, действующей на нее, а выталкивающая сила равна по модулю этой силе и противоположно ей направлена. Линия действия выталкивающей силы будет проходить через центр тяжести вытесненного объема жидкости.

Действительно, на этот объем жидкости действуют две силы — сила тяжести mg, приложенная в центре тяжести и выталкивающая сила F (рис. 4.6). Так как выделенный объем жидкости находится в равновесии, то сумма моментов этих двух сил, относительно любой оси, проходящей через центр тяжести, должна быть равна нулю. Момент силы тяжести равен нулю, значит и момент выталкивающей силы тоже нуль, т. е. линия действия выталкивающей силы проходит через центр тяжести вытесненного объема жидкости. Так как точку приложения силы можно переносить вдоль линии ее действия, то обычно точку приложения выталкивающей силы помещают в центр тяжести вытесненной жидкости (точка C на рис. 4.6) и называют эту точку ***центром давлений***, поскольку выталкивающая сила есть сумма всех сил давления со стороны жидкости на поверхность погруженного в нее тела.

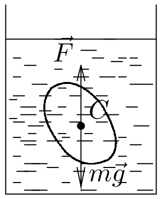

Рис. 4.6

Обратите внимание на то, что **центр тяжести вытесненного телом объема жидкости может и не совпадать с центром тяжести самого тела**! Погрузите в воду, например, кусок льда с вмерзшим в него стальным болтом.

Пример 5. Вес тела в воде P_0 в полтора раза меньше, чем в воздухе. Определите вес тела в жидкости, плотность которой в два раза превышает плотность воды.

Решение. Пусть вес тела в воздухе P_1. Вес тела в воде меньше веса тела в воздухе на величину выталкивающей (Архимедовой) силы:

$$P_0 = P_1 - \rho_{\text{в}} g V, \tag{4.4}$$

где $\rho_{\text{в}}$ — плотность воды, V — объем тела. По условию задачи

$$\frac{P_1}{P_0} = 1{,}5 \tag{4.5}$$

или, после подстановки P_1 из формулы (4.4) в (4.5), получим:

$$\rho_{\text{в}} gV = 0{,}5P_0.$$

Вес тела в жидкости:

$$P_2 = P_1 - \rho_{\text{в}} gV = P_0 + \rho_{\text{в}} gV - 2\rho_{\text{в}} gV =$$

$$= P_0 - \rho_{\text{в}} gV = 0{,}5P_0. \ \blacktriangle$$

5. Рекомендуемая литература

1. Бутиков Е.И., Кондратьев А.С. т.1 Механика, — М.–С-Птб: Физматлит, 2001.

2. Роуэл Г., Герберт С. Физика. — Пер. с англ. под ред. В. Г. Разумовского. — М.: Просвещение, 1994.

3. Элементарный учебник физики под ред. Г. С. Ландсберга, т.1. — М., Наука, 1973.

6. Основные формулы по теме

1. Правило рычага:
$$F_1 d_1 = F_2 d_2.$$

2. Момент силы:
$$M = Fd.$$

3. Условие равновесия тела:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0 \quad \text{и} \quad M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0.$$

4. Давление:
$$p = \frac{F}{S}.$$

5. Давление, оказываемое жидкостью плотности ρ на глубине h:
$$p = \rho g h.$$

6. Выталкивающая сила (сила Архимеда):
$$F_{\text{А}} = \rho g V.$$

7. Вопросы

Вопрос 1. [4 балла] В стакане с водой при температуре 0°C находится железный шарик, подвешенный на нити (рис. 7.1). Как изменится сила натяжения нити, если воду в стакане нагреть до 4°C?

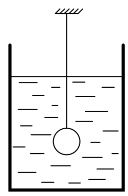

Рис. 7.1

Вопрос 2. [2 балла] Длинный стержень легче удерживать в горизонтальном положении за середину, чем за конец. Почему?

Вопрос 3. [2 балла] В полый куб с ребром a налита до верху жидкость плотностью ρ. Определить силу давления на грани куба.

Вопрос 4. [2 балла] Стальной шарик плавает в ртути. Изменится ли положение шарика, если сверху налить воды?

Вопрос 5. [2 балла] На веревочной петле в горизонтальном положении висит стержень, который с одной стороны утолщен. Одинаков ли вес частей стержня слева и справа от петли? Почему?

Вопрос 6. [2 балла] Кусок проволоки, подвешенный на нити за середину, находится в равновесии в горизонтальном положении. Останется ли он в равновесии, если один конец его согнуть вдвое?

Вопрос 7. [2 балла] На конце стержня длиной 30 см укреплён шар радиусом 6 см (см. рис. 7.2). Где находится центр тяжести этой системы, если масса стержня вдвое меньше массы шара?

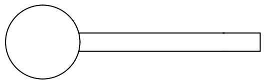

Рис. 7.2

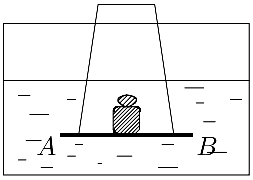

Рис. 7.3

Вопрос 8. [3 балла] Широкая трубка в форме усечённого конуса (см. рис. 7.3) опущена в воду, и её нижнее отверстие закрыто пластинкой AB, которая удерживается давлением воды. Если внутрь трубки влить килограмм воды, то этого давления как раз достаточно, чтобы оторвать пластинку.

а) Оторвется ли пластинка AB, если вместо воды её нагрузить гирей в 1 кг?

б) Оторвется ли пластинка AB, если внутрь трубки влить 1 кг ртути?

в) Оторвется ли пластинка AB, если внутрь трубки влить 1 кг подсолнечного масла?

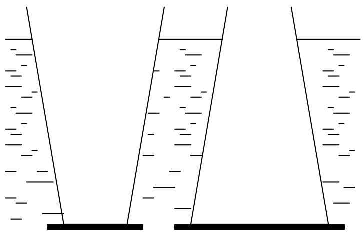

Рис. 7.4

Вопрос 9. [3 балла] В воду опускается сосуд, имеющий форму воронки, с приставным дном, причем он может быть опущен двояким образом, как указано на рис. 7.4. В обоих случаях, если налить 200г воды, то дно отпадет. Отпадет ли дно, если:

а) в его центр поставить гирю массой 200г;

б) налить 200г бензина;

в) налить 200г ртути.

Вопрос 10. [2 балла] Посередине большого озера прорубили прорубь. Толщина льда оказалась равной 5м. Какой минимальную длину должна иметь веревка, чтобы с ее помощью можно было зачерпнуть ведро воды?

8. Задачи

Задача 1. [4 балла] Невесомый жесткий стержень длиной ℓ свободно лежит на двух опорах A и B (рис. 8.1). В точке C, отстоящей от A на расстоянии a, на стержень действует вертикальная нагрузка P. Найти реакции опор.

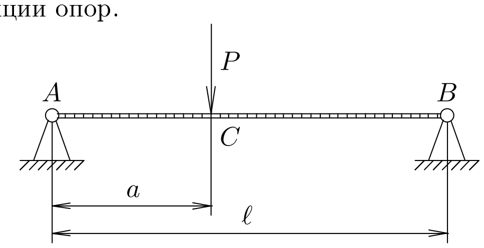

Рис. 8.1

Задача 2. [4 балла] Тело с плотностью материала ρ падает с высоты H в жидкость с плотностью ρ_1 ($\rho < \rho_1$). Найти максимальную глубину погружения тела, пренебрегая тепловыми потерями.

Задача 3. [5 баллов] Десять шариков, массы которых соответственно равны 1 г, 2 г, …, 10 г, укреплены на невесомом стержне длиной 90 см так, что между центрами двух соседних шариков расстояние равно 10 см. Найдите положение центра тяжести системы.

Задача 4. [6 баллов] Однородная линейка массой 0,1 кг лежит на двух опорах так, как это показано на рис. 8.2.

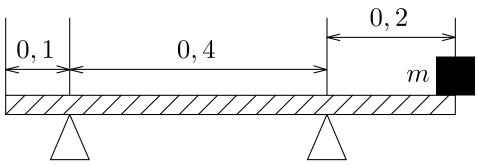

Рис. 8.2

На один конец линейки положен груз. Какова масса груза, при которой возможно равновесие?

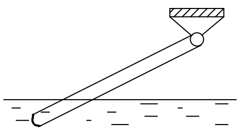

Рис. 8.3

Задача 5. [8 баллов] Тонкая однородная палочка шарнирно закреплена за верхний конец. Нижний конец палочки погружен в воду (см. рис. 8.3). При равновесии под водой находится 20% длины палочки. Определить плотность вещества палочки.

Задача 6. [8 баллов]

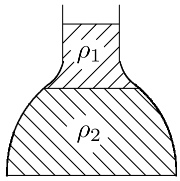

Рис. 8.4

В бутылку налиты две несмешивающиеся (нерастворяющиеся друг в друге) жидкости, плотности которых ρ_1 и ρ_2 причем $\rho_1 < \rho_2$ (рис. 8.4). Как изменится давление на дно бутылки после механического перемешивания жидкостей?

Задача 7. [3 балла] Сплошное однородное тело в жидкости плотностью ρ_1 весит P_1, а в жидкости плотностью ρ_2 весит P_2. Определите плотность тела.

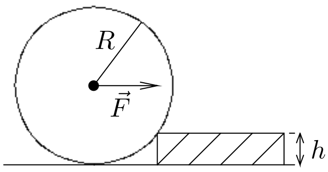

Рис. 8.5

Задача 8. [5 баллов] Колесо радиуса R и массы m стоит перед ступенькой высоты h (рис. 8.5). Какую наименьшую горизонтальную силу нужно приложить к оси колеса, чтобы оно могло подняться на ступеньку.

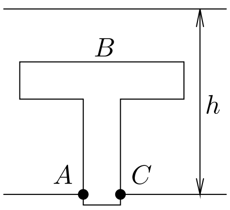

Рис. 8.6

Задача 9. [6 баллов] Подводная опора, забитая в глинистый грунт водоема глубиной $h = 3$м, представляет собой два соосных цилиндра различного диаметра (рис. 8.6). Найти силу действующую на опору со стороны воды в водоеме, если площадь сечения цилиндра меньшего диаметра, забитого в грунт $S_2 = 1\text{м}^2$, объем части опоры ABC, находящейся в воде, $V = 4\text{м}^3$, плотность воды $\rho = 1\text{г/см}^3$, атмосферное давление $P = 10^5$Па.

Задача 10. [4 балла] Слиток двух металлов массой m взвешивают в воде и воздухе с помощью динамометра. Определить массы металлов в слитке, если разность показаний динамометра ΔF. Плотности металлов равны ρ_1 и ρ_2.

Авторы:	Турунтаев Сергей Викторович
Составители:	Харунова Тамара Васильевна
Заказ №:	308
Тираж:	50шт.
Оформление и издание:	НП РНОЦ "Логос"