Финслерова геометрия и теория относительности

Г.Ю.Богословский, Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына МГУ им. М.В. Ломоносова

Аннотация

В очерке представлена физическая мотивация и математические результаты, лежащие в основе финслерова расширения теории относительности. Ссылки на первоисточники не претендуют на полноту и организованы так, что с их помощью может быть восстановлена вся литература, касающаяся данной области исследований.

Finslerian geometry and relativity theory

G. Yu. Bogoslovsky, Lomonosov Moscow State University Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics

Abstract

The essay is devoted to the physical motivation and mathematical results lying in the foundations of Finslerian extension of relativity theory. The references to original papers should not be considered as complete and are organized in such a manner that one could find all the references covering the topic.

Финслерова геометрия является геометрией метрических пространств, обладающих внутренней локальной анизотропией, т.е. – пространств, метрика которых не сводится к квадратичной форме дифференциалов координат. На существование таких пространств обратил внимание еще Риман в его знаменитой лекции "О гипотезах, лежащих в основании геометрии". Однако, только 50 лет спустя, в диссертации Финслера были сделаны первые шаги по их систематическому изучению. Впоследствии, благодаря исследованиям Синга, Вагнера, Бервальда, Картана, Буземана, Рунда, Матсумото и других, финслерова геометрия приобрела статус самостоятельной ветви дифференциальной геометрии. С современной точки зрения классическая финслерова геометрия есть геометрия векторных расслоений над многообразиями.

До недавнего времени попытки использовать формализм финслеровой дифференциальной геометрии в теоретической физике носили лишь эпизодический характер, но в последние годы ситуация в этом отношении заметно изменилась. Помимо таких традиционных областей как теория анизотропных сред и лагранжева механика, классическая финслерова геометрия и ее обобщения нашли широкое применение при решении проблем оптимизации, при описании хаотических систем, в статистической физике и термодинамике, в экологии и в теории эволюции биологических систем, в описании внутренней симметрии адронов, в теории пространства-времени и гравитации, а также - в единых калибровочных теориях поля.

Отметим, что исторически сложились два альтернативных подхода к финслеровой геометрии – подходы Картана и Буземана. При этом в большинстве прикладных исследований (особенно тех, которые касались структуры пространства-времени) использовался картановский подход. Хотя в рамках картановского подхода сохраняется лемма Риччи, что открывает возможность для использования аппарата финслеровой дифференциальной геометрии в теориях типа Калуцы-Клейна, сам этот подход отличается большим разнообразием возможных структур и возникающей вследствие этого проблемой идентификации новых (по сравнению с римановой геометрией) элементов структуры с физическими наблюдаемыми. Существование такой проблемы видно уже из того, что в простейшем случае финслеров метрический тензор зависит не только от точек основного многообразия, но и от значения локальных скоростей. Соответственно, физические поля в картановском финслеровом пространстве, помимо пространственно-временных координат, оказываются, вообще говоря, зависящими от этих скоростей. Данное обстоятельство сильно осложняет физическую интерпретацию картановских финслеровых метрик. Поэтому заранее не ясно, является ли использование подобных метрик чисто формальным приемом, или же реальное пространство-время действительно обладает финслеровой геометрией.

Впервые физические аспекты указанной проблемы привлекли к себе внимание, когда пришло осознание того, что в рамках модели локально изотропного (риманова) пространства-времени невозможно реализовать принцип Маха для пробного тела. Согласно этому принципу, способность тела сопротивляться ускорению, т.е. его инертность, должна зависеть от распределения и движения внешней (по отношению к телу) материи. Другими словами, инертная масса тела, входящая, например, во второй закон Ньютона, должна являться не скаляром, а тензором [G.Cocconi and E.Salpeter, Nuovo Cimento, 10(1958)646]. Таким образом, открытие анизотропии инертности стало бы прямым указанием на локальную анизотропию пространства. Экспкрименты, поставленные с этой целью [V.Beltran-Lopez, H.G.Robinson and V.W.Hughes, Bull. Am. Phys. Soc., 6(1961)424; R.W.P.Drever, Phil. Mag., 6(1961)683], привели к верхней границе искомой анизотропии на уровне 10^{-23}. Столь сильное ограничение существенно снизило интерес к проблеме локальной анизотропии и вплоть до настоящего времени рассматривается многими исследователями как факт, свидетельствующий в пользу локальной изотропии 3D пространства. Вместе с тем, уже давно было отмечено [S.T.Epstein, Nuovo Cimento, 16(1960)587; G.Yu.Bogoslovsky, Nuovo Cimento B77(1983)181], что общепринятая экспериментальная оценка анизотропи на уровне 10^{-23} является некорректной, а в качестве надежной верхней границы анизотропии следует рассматривать значение 10^{-10}, полученное путем измерения поперечного эффекта Допплера с помощью эффекта Мессбауэра [D.C.Champeney, G.R.Isaak and A.M.Khan, Phys. Lett., 7(1963) 241; G.R.Isaak, Phys. Bull., 21(1970)255].

В последние годы интерес к проблеме локальной анизотропии пространства-времени стал заметно расти. С одной стороны этому способствовало создание струнно-мотивированной феноменологической теории, известной как Расширенная Стандартная Модель сильных, слабых и электромагнитных взаимодействий, или SME [D.Colladay, A.Kostelecky, Phys. Rev., D58(1998) 116002], а с другой – требующие единого объяснения данные астрофизических наблюдений и, в частности, анизотропия реликтового излучения, ускоренное расширение Вселенной, аномальное поведение кривых вращения спиральных галактик.

В рамках SME локальная анизотропия пространства возникает за счет реликтового векторного конденсата, заполняющего пространство и взаимодействующего с фундаментальными полями лоренц-ковариантным образом. В результате, наличие такого конденсата ведет к нарушению активной лоренцевой инвариантности. При этом локальная лоренцева симметрия (и, соответственно, изотропия) приобретают смысл не строгой, а лишь приближенной пространственно-временной симметрии. Вместе с тем, принцип относительности Эйнштейна требует, чтобы пространство событий обладало бы строгой релятивистской симметрией. Нарушение лоренцевой симметрии при сохранении релятивистской симметрии означает, что группа релятивистской симметрии должна отличаться от группы Лоренца и включать в себя так называемые обобщенные лоренцевы преобразования. Как оказалось, такие преобразования действительно существуют, а соответствующее плоское пространство событий, чью группу изометрий они представляют, обобщает пространство Минковского специальной теории относительности и является финслеровым пространством с частично нарушенной 3D изотропией. Отметим еще, что физическим источником локальной анизотропии пространства теперь уже служит не реликтовый векторный конденсат SME, а релятивистски инвариантный аксиально симметричный фермион-антифермионный конденсат, возникающий в процессе перестройки вакуума при спонтанном нарушении исходной калибровочной симметрии и играющий роль, аналогичную роли конденсата Хиггса в Стандартной Модели.

В итоге можно сказать, что именно сочетание принципа относительности Эйнштейна и геометрических идей Буземана, согласно которым в качестве естественной локально анизотропной метрики рассматривается метрика плоского финслерова пространства, привело к жизнеспособному финслерову обобщению релятивистской теории [Г.Ю.Богословский, (1973)-(2008)]. Недавно основные результаты, полученные в рамках такого обобщения и связанные с частичным нарушением 3D изотропии, были воспроизведены с помощью методов непрерывных деформаций алгебр Ли и нелинейных реализаций [G.W.Gibbons, J.Gomis and C.N.Pope, Phys. Rev., D76(2007)081701(R)]. При этом соответствующая неоднородная группа финслеровых изометрий получила название $\mathrm{DISIM}_b(2)$, где параметр b имеет смысл величины локальной анизотропии пространства-времени. Сама же специальная финслерова теория стала теперь называться очень специальной теорией относительности [A.G.Cohen, S.L.Glashow, Phys. Rev.Lett., 97(2006)021601].

Отметим наконец, что по ходу финслерова обобщения релятивистской теории, помимо частично анизотропной, была найдена финслерова метрика, описывающая плоское релятивистски инвариантное пространство событий с полностью нарушенной 3D изотропией [G.Yu. Bogoslovsky, H.F.Goenner, Phys. Lett., A244(1998)222; Gen. Rel. Grav., 31(1999)1565]. Физическим источником такой анизотропии является трехбозонный (трехглюонный) конденсат, возможность образования которого была недавно исследована Б.А.Арбузовым. То, что обе плоские финслеровы метрики зависят от параметров, определяющих их анизотропию, позволяет превратить эти метрики в метрики, описывающие соответствующие искривленные финслеровы пространства. Для этого параметры, от которых зависят плоские финслеровы метрики, нужно сделать функциями пространственно-временной точки. В результате динамика любого из двух типов искривленных финслеровых пространств будет полностью определяться динамикой соответствующей системы, состоящей из обычных взаимодействующих полей, а именно, гравитационного поля, полей материи и полей, которые берут свое начало от исходных параметров и поэтому несут всю информацию об анизотропии в любой пространственно-временной точке. Указанный подход к финслерову расширению общей теории относительности позволяет ограничиться методами обычной лагранжевой теории поля и тем самым обойти известные трудности, связанные с картановским подходом. Важно также, что все три метрики, обладающие локальной релятивистской симметрией, т.е. риманова и две финслеровы (с частичной и полной локальной анизотропией) удовлетворяют принципу соответствия. Это, в свою очередь, приводит к гибридной геометрической модели, в рамках которой пространство-время может находиться не только в состоянии, описываемом римановой геометрией, но еще и в состояниях описываемых финслеровой геометрией. Переходы между различными метрическими состояниями пространства-времени имеют смысл фазовых переходов в его геометрической структуре. Такие переходы вместе с эволюцией каждого из возможных метрических состояний составляют общую картину динамики пространственно-временного многообразия.

Другой подход к финслерову расширению ОТО и построению анизотропной геометродинамики основан на идеях Картана, реализованных в рамках формализма так называемой h-v метрической модели [R.Miron, M.Anastasiei, Kluwer Acad. Publ., FTPH no.59 (1994)]. При этом финслеров метрический тензор, заданный на всем касательном расслоении, представляется в виде суммы финслерова тензора Минковского, который, вообще говоря, зависит только от компонент скорости, и тензора, описывающего его локальную деформацию, которая зависит от пространственно-временных координат и компонент скорости как независимых переменных. В результате, так метризованное касательное расслоение становится (при определенных дополнительных ограничениях) римановым многообразием эквивалентным фазовому пространству.

В работах, посвященных развитию анизотропной геометродинамики и ее физическому обоснованию [С.В.Сипаров, (1997)-(2008)], были получены соответствующие уравнения Эйнштейна, уравнения эйконала и геодезических; рассмотрены два варианта теории – когда финслеров тензор Минковского совпадает с метрическим тензором обычного изотропного пространства Минковского, а локально анизотропное возмущение последнего является слабым, и, когда финслеров тензор Минковского совпадает с финслеровым метрическим тензором анизотропного пространства Бервальда-Моора, слабая локальная деформация которого обусловлена гравитационной волной; в линеаризованной модели с обычной метрикой Минковского и малым локально анизотропным возмущением получены уравнения движения частицы; показано, что локальная анизотропия возмущенной метрики, возникающая благодаря ее зависимости от скорости, приводит к выражению для гравитационной силы, которое, помимо ньютоновской компоненты, содержит еще компоненты, зависящие от скорости частицы и от собственного движения источника; с помощью построенной модели объяснен закон Талли-Фишера и, без привлечения гипотезы темной материи, объяснено аномальное поведение кривых вращения спиральных галактик; дан расчет Пионер-эффекта, который привел к удовлетворительному согласию с измеренным значением дополнительного ускорения. К тому же, было выяснено, что рассмотренная модель позволяет качественно объяснить ускоренное расширение Вселенной без привлечения гипотезы темной энергии. Не менее важным является и то, что был рассчитан эффект оптико-метрического параметрического резонанса для случая слабо анизотропной метрики. Экспериментальные работы по поиску такого эффекта уже ведутся на базе РАО РАН в Пущино и, если он будет обнаружен, то это станет прямым свидетельством существования локальной анизотропии у пространства-времени. Таким образом, хотя исследования по финслерову расширению ОТО еще далеки от завершения, они представляют собой серьезную альтернативу тем исследованиям, в которых используется гипотеза темной материи и энергии.

Выше, руководствуясь методическими соображениями, мы лишь упомянули финслерово пространство Бервальда-Моора, не отметив тот важный факт, что это пространство принадлежит трехпараметрическому семейству финслеровых пространств с полностью нарушенной 3D изотропией и с *абелевой* трехпараметрической группой релятивистской симметрии. Абелева структура группы релятивистской симметрии послужила отправной точкой для более глубокого изучения финслеровых пространств Бервальда-Моора. В соответствующих работах [Д.Г.Павлов, Г.И.Гарасько, С.В.Лебедев, В.М.Чернов, (2004)-(2008)] было показано, что, подобно евклидовой плоскости, линейные финслеровы пространства с метрической функцией Бервальда-Моора обладают бесконечномерной группой конформных преобразований. При этом, аналогично тому как конформным преобразованиям евклидовой плоскости сопоставляется алгебра и аналитические функции комплексной переменной, конформным преобразованиям пространства-времени с метрикой Бервальда-Моора можно сопоставить коммутативно-ассоциативную алгебру и аналитические функции гиперкомплексной переменной. Данное обстоятельство позволяет использовать метод гиперкомплексного потенциала при решении широкого круга задач анизотропной геометродинамики.

Г.Ю. Богословский, ДАН СССР 213 (1973) 1055.

Г.Ю. Богословский, Письма в ЖЭТФ 23 (1976) 192.

G.Yu. Bogoslovsky, Nuovo Cimento 40B (1977) 99.

G.Yu. Bogoslovsky, Nuovo Cimento 40B (1977) 116; 43B (1978) 377.

Г.Ю. Богословский и В.И. Панов, Вестн. Моск. Ун-та. Сер. Физ. Астрон. 20, N3 (1979) 69.

G.Yu. Bogoslovsky, JINR Communication E-2-82-779, Dubna, 1982.

G.Yu. Bogoslovsky, Nuovo Cimento 77B (1983) 181.

Г.Ю. Богословский , Вестн. Моск. Ун-та. Сер. Физ. Астрон. 24, N3 (1983) 59.

Г.Ю. Богословский, УФЖ 29 (1984) 17.

G.Yu. Bogoslovsky, Hadronic J. 7 (1984) 1361.

Г.Ю. Богословский, ДАН СССР 291 (1986) 317.

Г.Ю. Богословский, в книгах: Гравитационная энергия и гравитационные

волны, Дубна, ОИЯИ Р2-89-138, 1989; ОИЯИ Р2-90-245, 1990.
Г.Ю. Богословский, Теория локально анизотропного пространства-времени, М., Изд-во Моск. Ун-та, 1992.
G.Yu. Bogoslovsky, Class. Quantum. Grav. 9 (1992) 569.
Г.Ю. Богословский, ЭЧАЯ 24 (1993) 813.
G.Yu. Bogoslovsky, Fortschr. Phys. 42 (1994) 143.
G.Yu. Bogoslovsky, H.F. Goenner, Phys. Lett. 244A (1998) 222.
H.F. Goenner, G.Yu. Bogoslovsky, Gen. Rel. Grav. 31(1999) 1383.
G.Yu. Bogoslovsky, H.F. Goenner, Gen. Rel. Grav. 31 (1999) 1565.
H.F. Goenner, G.Yu. Bogoslovsky, Ann. d. Phys. 11 (2000) 507.
G.Yu. Bogoslovsky, H.F. Goenner, in: Fundamental Problems of High Energy Physics and Field Theory, Protvino, IHEP, 2001.
G.Yu. Bogoslovsky, H.F. Goenner, Inst. Math. Ukraine NAS, 50 (2004) 637.
G.Yu. Bogoslovsky, H.F. Goenner, Phys. Lett., 323A (2004) 40.
G.Yu. Bogoslovsky, SIGMA, 1 (2005) 17.
Г.Ю. Богословский, ГКЧГФ, 2(4), (2005) 27.
G.Yu. Bogoslovsky, in: Physical Interpretations of Relativity Theory, Moscow, BMSTU, 2005.
G.Yu. Bogoslovsky, Phys. Lett., 350A (2006) 5.
G.Yu. Bogoslovsky, arXiv:0706.2621 [gr-qc].
G.Yu. Bogoslovsky, SIGMA, 4 (2008) 045.
S. Siparov, Phys. Rev., 55A (1997) 3704.
А.Я. Казаков, С.В. Сипаров, Опт. и спектроск., 83 (1997) 961.
S. Siparov, J. Phys., 31B (1998) 415.
S. Siparov, J. Phys., 34B (2001) 2881.
S. Siparov, Astronomy and Astrophysics, 416 (2004) 815.
С.В. Сипаров, ГКЧГФ, 2(4), (2005) 51.
S. Siparov, Acta Mathematica APN, 24(1), (2008) 135.
S. Siparov, N. Brinzei, arXiv:0806.3066 [gr-qc].
S. Siparov, arXiv:0809.1817 [gr-qc].
S. Siparov, N. Brinzei, arXiv:0812.1513 [gr-qc].
Д.Г. Павлов, ГКЧГФ, 1(1), (2004) 5.
Д.Г. Павлов, ГКЧГФ, 1(1), (2004) 20.
Д.Г. Павлов, ГКЧГФ, 1(1), (2004) 33.
Г.И. Гарасько, ГКЧГФ, 1(1), (2004) 75.
С.В. Лебедев, ГКЧГФ, 1(1), (2004) 68.
Г.И. Гарасько, Д.Г. Павлов, ГКЧГФ, 2(2), (2004) 6.
Г.И. Гарасько, ГКЧГФ, 2(2), (2004) 15.

Г.И. Гарасько, Д.Г. Павлов, ГКЧГФ, 1(3), (2005) 3.
Г.И. Гарасько, ГКЧГФ, 1(3), (2005) 16.
Д.Г. Павлов, ГКЧГФ, 2(4), (2005) 12.
Г.И. Гарасько, ГКЧГФ, 2(4), (2005) 19.
С.В. Лебедев, ГКЧГФ, 2(4), (2005) 44.
В.М. Чернов, ГКЧГФ, 2(4), (2005) 57.
Г.И. Гарасько, ГКЧГФ, 1(5), (2006) 3.
Г.И. Гарасько, Д.Г. Павлов, ГКЧГФ, 1(5), (2006) 19.
Г.И. Гарасько, ГКЧГФ, 2(6), (2006) 6.
Д.Г. Павлов, ГКЧГФ, 2(6), (2006) 21.
В.М. Чернов, ГКЧГФ, 2(6), (2006) 33.
Г.И. Гарасько, Д.Г. Павлов, ГКЧГФ, 1(7), (2007) 3.
Г.И. Гарасько, ГКЧГФ, 1(7), (2007) 26.
Г.И. Гарасько, ГКЧГФ, 1(7), (2007) 38.
Г.И. Гарасько, Д.Г. Павлов, ГКЧГФ, 1(7), (2007) 52.
Г.И. Гарасько, ГКЧГФ, 2(8), (2007) 3.
С.В. Лебедев, ГКЧГФ, 2(8), (2007) 13.
Г.И. Гарасько, Д.Г. Павлов, ГКЧГФ, 1(9), (2008) 3.
Г.И. Гарасько, ГКЧГФ, 1(9), (2008) 12.